

潮汐力

地震の起こる要因として月と太陽の引力を考え、これを数値化するために月齢を導入し、地震と月齢との関係を検討した。さらにこれを具体的に考察するために、力に働く方向、そして、月と太陽との位置関係をさらに細かく考慮した潮汐力という要素を導入し、地震の原因となる断層に対する影響を検討した。

1. 潮汐力について

潮汐力は、地球上の海水の満ち干が月や太陽の引力によって起こることは良く知られていることである。この現象を潮汐とよんでいる。潮汐を引き起こす力を潮汐力といい、そのポテンシャルを起潮ポテンシャルと呼ぶ。月の引力によるものを大陰潮と言い、一方、太陽の引力によるものを太陽潮と言う。太陽と月の質量比、ならびに、地球との距離の比から太陽潮は大陰潮のおよそ $1/2.3$ となる。

起潮ポテンシャルは、地球の中心をO、海洋表面上の一点をPとし、P点に作用する月(M)の引力(太陽の引力も全く同様)を考える。 $OM \equiv r$ 、 $OP \equiv \rho$ 、 $PM \equiv \Delta$ 、

$\angle POM \equiv \theta$ とおく。ところで潮汐は地殻に対する相対運動なるが故に、起潮力はP点に作用する月の引力から地球の中心O(すなわち地球全体)に作用する月の引力を引いたものでなければならない。後者は、月の質量をMとすれば GM/r^2 であるが、この力をP点において図-1の平面内に ρ の方向とそれに垂直な(θ の増加する)方向との二分力 f 、 f' に分けて考えると

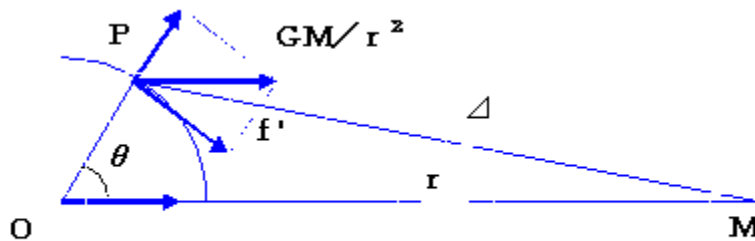


図-1

$$f = \frac{GM}{r^2} \cos \theta \quad f' = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$$

ゆえに月の地球全体に作用する引力のP点におけるポテンシャルを $-U_0$ とすれば、

$$U_0 = \int (f dr + f' r d\theta)$$

$$= \frac{GM}{r^2} \int (\cos \theta dr - r d\sin \theta) = \frac{GM}{r^2} \int d(r \cos \theta) \dots\dots (1)$$

$$\therefore U_0 = \frac{GM}{r^2} r \cos \theta$$

となる。

他方、月がP点の海水に作用する引力のポテンシャル ($-U_p$) は $U_p = GM/\Delta$ であたえられる。従って、起潮ポテンシャルを $-V$ とすれば、(1) から

$$V = U_p - U_0 = GM \left(\frac{1}{\Delta} - \frac{r \cos \theta}{r^2} \right) \dots\dots (2)$$

従って、 $\Delta = \sqrt{(r^2 - 2 r \rho \cos \theta + \rho^2)}$ となるので、

$$\frac{r}{\Delta} = \left\{ 1 - 2 \frac{\rho}{r} \cos \theta + \left(\frac{\rho}{r} \right)^2 \right\}^{-1/2} \dots\dots (3)$$

が得られる。

この式の右辺を ρ / r の冪級数に展開する。未定係数の方法にしたがって計算してみれば容易にわかるように、 (ρ / r) の係数は n 次の級関数となる：

$$\frac{r}{\Delta} = 1 + \frac{\rho}{r} P_1(\cos \theta) + \left(\frac{\rho}{r}\right)^2 P_2(\cos \theta) + \cdots$$

ゆえに (2) の V は常数項 GM/r を除いて、

$$V = GM \frac{\rho^2}{r^3} P_2(\cos \theta) = \frac{3GM}{2r^3} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) \quad \dots\dots (4)$$

実際問題として $P_3(\cos \theta)$ 、 $\cdots$ の項は不必要である。

4. 式の中の θ は P 点の緯度と月の赤緯および時角によって表わされる。

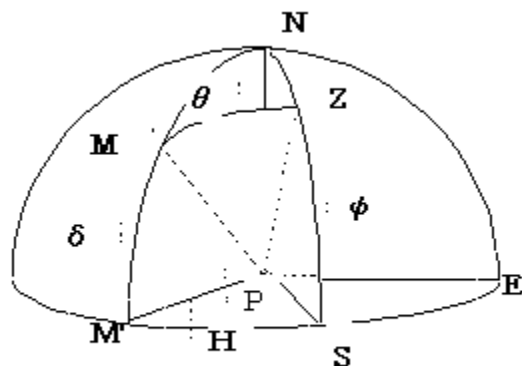


図-2

図-2 において

N：天の北極、 Z：観測地点 P の天頂

M：月の天球上における位置、 S E：天の赤道、

S : 赤道午点 M' : 大円 NMが赤道と交わる点

とすれば

$\phi \equiv \angle SZP$ = P 点の緯度、 $\delta \equiv \angle MM'$ = 月の赤緯

$H \equiv \angle ZNM = \angle SM'$ = 月の時角

であり、弧MZが θ に他ならない。球面三角形 NMZ に余弦公式を適用すれば、

$$\cos \theta = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H ;$$

$$\begin{aligned} \therefore \cos^2 \theta - \frac{1}{3} &= \cos^2 \phi \cos^2 \delta \cos^2 H - \frac{1}{3} \\ &\quad + 2 \cos \phi \sin \phi \cos \delta \sin \delta \cos H + \sin^2 \phi \sin^2 \delta \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \cos^2 \phi \cos^2 \delta \cos 2H + \sin 2\phi \sin 2\delta \cos H \right. \\ &\quad \left. + 3 \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \phi \right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta \right) \right\} \end{aligned}$$

となる。

これを (4) 式に代入すれば、

$$\begin{aligned} V = \frac{3GM}{4r^3} &\left\{ \cos^2 \phi \cos^2 \delta \cos 2H + \sin 2\phi \sin 2\delta \cos H \right. \\ &\quad \left. + 3 \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \phi \right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots \dots (5)$$

また、太陽に関する起潮ポテンシャルを求めるには、(4)、(5)において、

M (質量)、 r (二天体間の中心距離)、 θ (緯度と天体の赤緯、時角から求められる値)、 δ (天体の赤緯)、 H (時角) を太陽に関する緒量とすればよい。

ただし、実際の分力については、（５）式をもちいれば、 θ を用いなくても求めることができる。

２。起潮力

起潮力はまず鉛直方向と水平方向との二分力に分ける必要がある。鉛直分力を Z とすれば、前出の（４）ないし（５）式から、

$$Z = \frac{\partial V}{\partial \rho} = 3GM \frac{\rho}{r^3} \left(\cos^2 \theta - \frac{1}{3} \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\begin{aligned} Z = \frac{3GM\rho}{2r^3} & \left\{ \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H + \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos H \right. \\ & \left. + 3 \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \varphi \right) \left(\frac{1}{3} - \sin^2 \delta \right) \right\} \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

水平分力は、

$$\frac{\partial V}{\rho \partial \theta} = -3GM \frac{\rho}{r^3} \sin 2\theta \quad \dots\dots\dots (8)$$

であるが、これをさらに西方分力Xと南方分力Yとに分ける。(8)からも求める事が出来るが、前出の(5)式から直接計算する方が容易である。即ち図—2からも分かるように、P点の西方と南方への変位はそれぞれ、 $-\rho \cos \phi \delta H$, $-\rho \delta \phi$ で与えられるので、

$$X = \frac{\partial V}{\partial \cos \phi \delta H} = \frac{3GM\rho}{2r^3} \times \{ \cos \varphi \cos^2 \delta \sin 2H + \sin \varphi \sin 2\delta \sin H \}$$

$$Y = -\frac{\partial V}{\partial \delta \phi} = \frac{3GM\rho}{2r^3} \left\{ \frac{1}{2} \sin 2\varphi \cos^2 \delta \cos 2H - \cos 2\varphi \sin 2\delta \cos H + \frac{1}{2} \sin 2\varphi (1 - 3\sin^2 \delta) \right\}$$

..... (9)

となる。

このようにして、天体の引力の影響を地球上のそれぞれ地点においての鉛直方向、ならびに、西方、南方への力として表わすことができる。

鉛直方向は、地球の地殻に対する引張り、ないしは、圧縮力として働く。また、西方力や南方力は、地殻のずれの方向に働く力として理解できる。

3. 起潮力について

(6)と(8)から起潮力の地球表面における分布状態がわかる。

すなわち、

- i $\theta = 90^\circ$ 、すなわち月の方向に垂直な地球の大円上で鉛直下力に向かう起潮力が最大となる。 $(-GM\rho / r^3)$
- ii. $\theta = 0^\circ$ および $\theta = 180^\circ$ の両天、すなわち月の直下点とその正反対側の点において、鉛直上方に向かって最大の起潮力を生ずる。その大きさは $+2GM\rho / r^3$ で、i) の場合の倍になる。
- iii. Z が 0 となるのは $\cos^2 \theta = 1/3$ 、従って、

$$\theta = \arcsin \left(\pm \frac{1}{\sqrt{3}} \right) = 54^\circ .44' \text{ および } 125^\circ .16'$$

の小円上においてである。

- iv 水平分力は $\theta = 45^\circ$ および 135° の小円上において絶対値極大

$$\frac{3}{2} GM\rho / r^3 \quad \text{となり、前者では月の方向に、後者ではその反対}$$

方向に向かう。そして $\theta = 90^\circ$ 大円上と $\theta = 0^\circ$ および $\theta = 180^\circ$ において 0 となる。

- v 起潮力は月と地球との中心を結ぶ直線と、それに垂直な大円にたいして対照的分布をなす。

これらのことは太陽の起潮力でも全く同様である。

起潮力の実際の大きさは、次のようにして求めることができる。

$$\frac{GM\rho}{r^3} = \frac{M}{M}\left(\frac{\rho}{r}\right)^3 G \frac{M_{\oplus}}{\rho^3} = \frac{1}{82}\left(\frac{1}{60}\right)^3 g = 5.6 \times 10^{-8} g$$

したがって (6) ならびに (8) 式から

$$\text{鉛直分力} = 16.8 \times 10^{-8} g (\cos^2 \theta - 1/3)$$

$$\text{水平分力} = -8.4 \times 10^{-8} g \sin 2\theta$$

したがって鉛直・水平両分力の極大値は地球重力のそれぞれ $11.2 \times 10^{-8} g$ 、および $8.4 \times 10^{-8} g$ に過ぎない。

この理論は、地球が弾性体と考えれば地殻についても全く同じ議論が出来る。そこで潮汐力をそのまま地殻の変形に当てはめて地殻に対してどのような力が働くかを検証した。

4. 潮汐力を求める手順

月、太陽の任意の時刻における位置計算の方法については、既に報告した月齢と地震との関係に関する報告で詳細に述べた。その手法に従えば、地球上の任意の地方における緯度と経度、ならびに、時刻とが与えられれば、その時の太陽の真黄経 SL ($^{\circ}$) と、地球と太陽との距離 SR (AU) を知ることが出来る。また、月についても同じように、月の黄経、黄緯が求まる。これを、視差補正をし、さらに観測地から見た黄経、黄緯に変換する。月と地球との距離も計算により求める事ができる。また、月の昇交点黄経も与えられる。

次に、これらの値から月の赤緯と時角を求める。赤緯は黄経、黄緯、ならびに黄道傾斜角から算出され、また時角は、赤経と地方恒星時の式として計算される。

こうして、観測地 P 点の緯度 ($L A T^{\circ}$) ϕ

月の赤緯 ($D E C^{\circ}$) δ

月の時角 ($H A^{\circ}$) H

を得る事ができ、これから (9) 式を用いて月の潮汐力を求めることでできる。

月の潮汐力と太陽の潮汐力とを同時に評価するために、それぞれの天体の潮汐力の単位を考慮する必要がある。即ち、

	$M/M_{\oplus}$	γ
月	1 / 81.56	R R (ρ 単位で与えられる)
太陽	333430	S R R (A.U. で与えられる)

従って、太陽に関する S R R を ρ 単位で表わせば、月と太陽の潮汐力の大きさを直接比較することができる。

こうして、実際の地球と月と太陽の 3 天体の位置関係を求め、これより、それぞれの天体の潮汐力を算出する。

地球上の P 点に働く潮汐力の大きさは、鉛直成分 ($F Z$)、ならびに、水平成分として、

西方成分 ($F X$)、南方成分 ($F Y$) に分けて求める。また、総合的な潮汐力は、これらの成分のベクトルの和として求める事ができる。

$F X = F S X + F M X$ ここで、S、M はそれぞれ太陽、月の成分を表わす

$$F_Y = F_{SY} + F_{MY}$$

$$F_Z = F_{SZ} + F_{MZ}$$

$$F_T = \sqrt{(F_X^2 + F_Y^2 + F_Z^2)}$$

このように潮汐力を算出すると、潮汐力は、地球の公転（一年）や、月の公転（一月）によって変化するばかりでなく、日々の中でも地球の自転（一日）によっても絶えず変化していることが分かる。従って、地球上のある地点における月・太陽の引力の影響を考察するには、これらの力の変化を時間単位で追跡する必要がある。

5. 潮汐力の変化

これらの状況を検証するために、観測日、ならびに、観測地の経度、緯度を与えることにより、日々の中での潮汐力の変化の状況を求めるプログラムを作成した。因みに神戸市を想定して、その経度、緯度を考慮して潮力の各成分の時間変化を表わしたものが図—3である。

これによれば、日々の潮汐力は刻々変化しており、ほぼ毎日2つの極大ピークと2つの谷を持っていることが分かる。もちろんこれは、地球の自転によるものであり、 180° 回転したときにほぼ同じ程度の潮汐力が働いていることを示している。この刻々の変化の他に大きな周期の変化があり、毎月2つの山と、2つの谷がある。これは、主として月の公転によるものである。つぎにこれらの状況を詳しく調べた。

神戸を想定し、潮汐力の働く方向について分析してみると、日本のように緯度が高い場合には水平分力のうちX成分、即ち、東西変化は両方向に力が働いていることが分かる（図—4）が、Y成分、即ち、南北変化は、北の方向に引かれることはなく、もっぱら南の方向にのみ力が働いていることが分かった。（図—5）

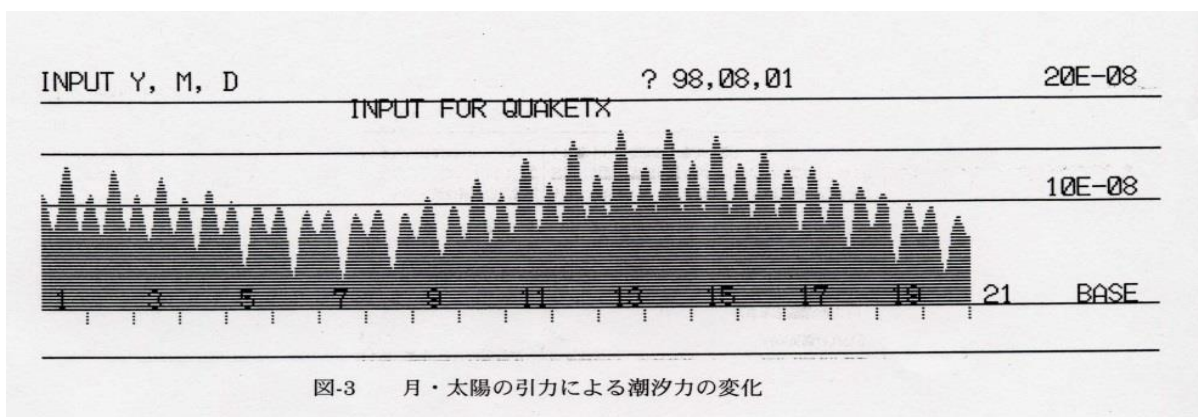


図-3 月・太陽の引力による潮汐力の変化

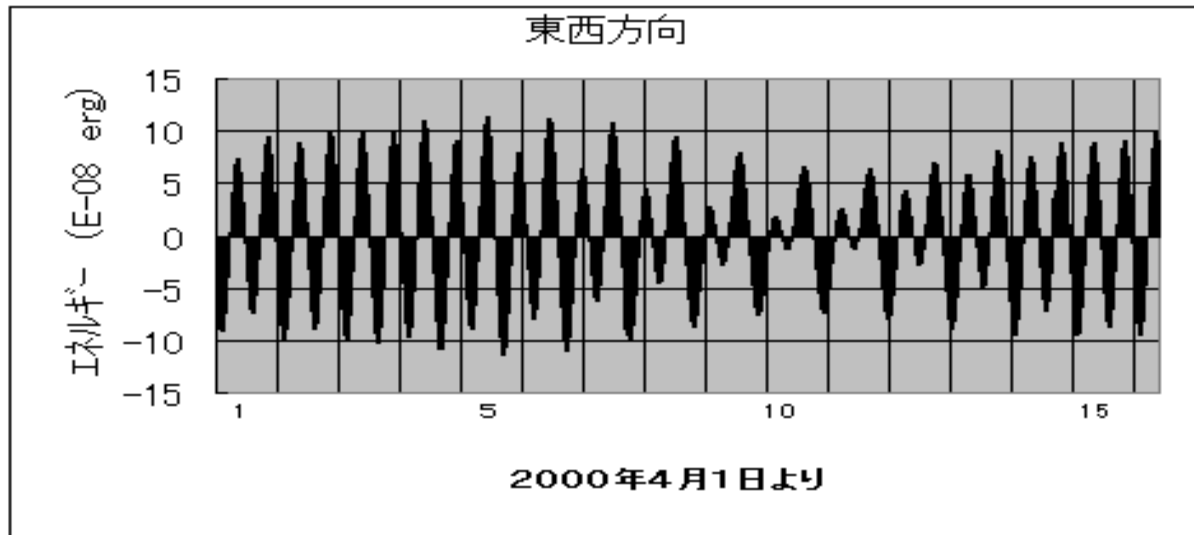


図-4 潮汐力が東西方向に働く力の変化

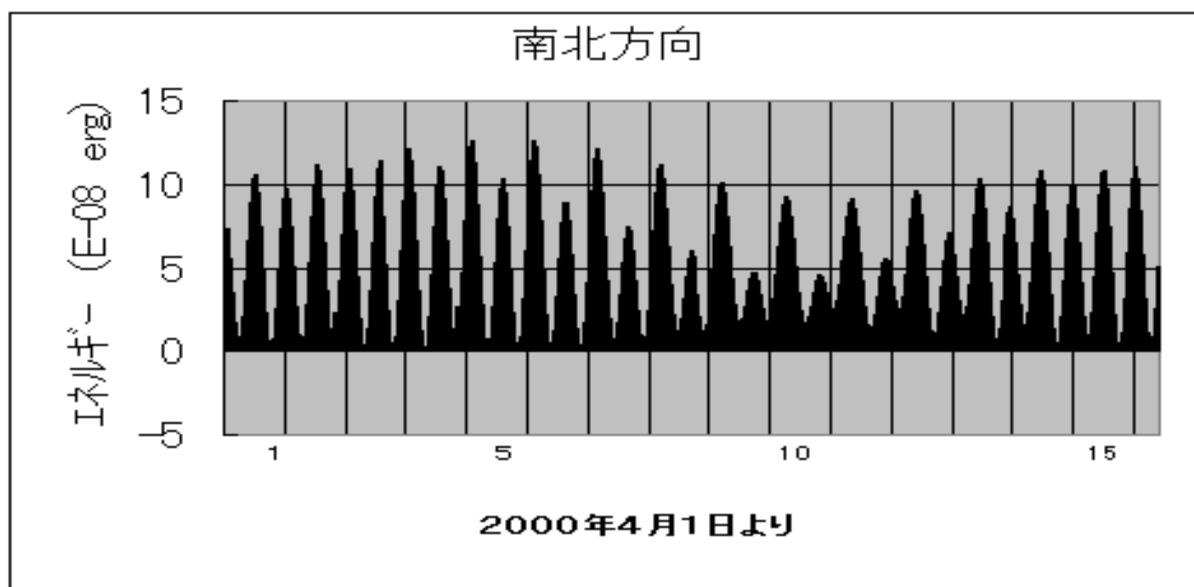


図-5 潮汐力が南北方向に働く力の変化

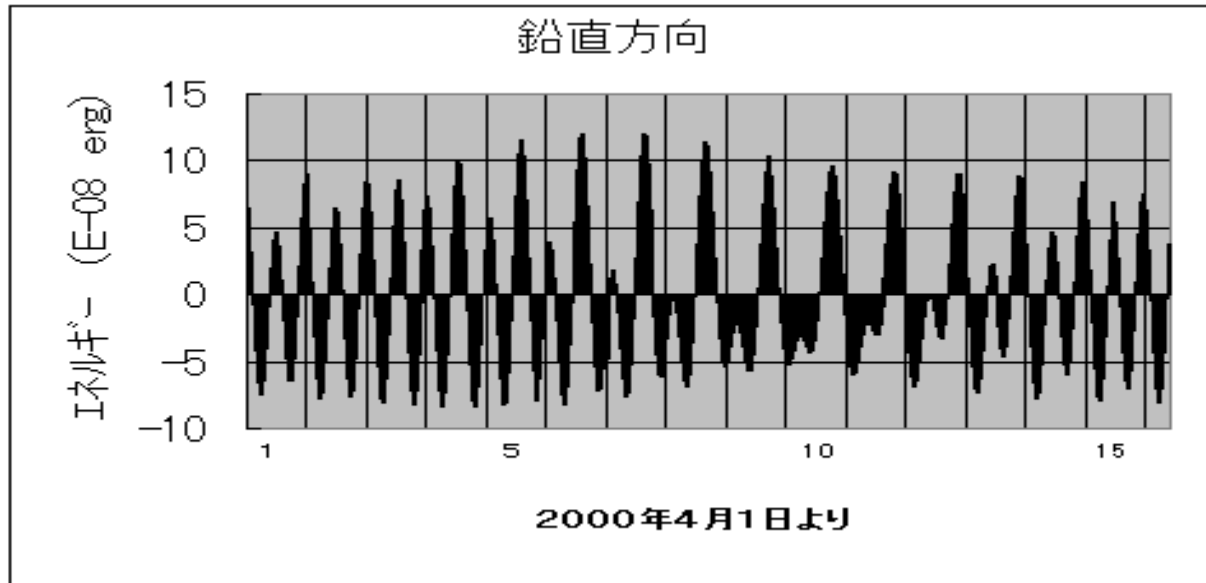


図-6 潮汐力が天頂方向に働く力の変化

これらの図から、潮汐力は、地球の自転による周期の他に、太陽と月との位置関係の変化に対応する周期がいくつかあることが分かる。しかも、それぞれの周期は成分ごとに別の形で表れてくることがわかった。もちろん図—3はこれらの力の和として表わされたものである。

6. 潮汐力と地震との対応

上述の方法によるある地点での任意の時間における潮汐力を算出することができる。そこで、潮汐力が地震発生の起因となるかどうかを見るために近年発生したいくつかの地震についてその相関を見た。

図—7 は省略します。

図—7 は1995年の末から1996年の初めにかけて発生した地震に注目し、その時点で働いていた潮汐力の状況を調査したものである。ここでは、潮汐力は神戸を対象として計算している。地球の各地点では時間的なズレが発生するが、これは潮汐力について神戸との経度の差に基づく時差を考慮すればよい。それは、一日以内のズレである。

この図から1995年の11月から1996年の3月にかけて、月の前半で頻繁に地震が各地で発生している。しかもこれらの地震の発生している時間は潮汐力が比較てき大きな値を示す時に集中していることが分かる。また、2月17～18日にかけて、地震がたて続けに発生した。潮汐力の大きさからすると、月の初めのピークより、月の中旬のピークの方がやや小さいが、この差は、地震の発生を左右するほどのものではない。

共通していえるのは、地震がピークの極大付近で発生するのではなく、むしろピークを過ぎて、やや、潮汐力が弱まり始めた頃に頻繁に発生している。

日々の変化のなかでは、潮汐力全体が大きくなった時に地震が発生するか否かは、経度のズレを考慮する必要がある。比較的潮汐力が大きいピークのあとに地震がよく発生しているようであるが、これだけからでは、潮汐力と地震との関係が必ずしも明確な形で表れているとは言い難い。また、それぞれの地震の発生時をみると、潮汐力が日々の変化のなかでピークに達した時に発生しているのではなく、全体は小さくても、X方向、もしくは、Y方向、Z方向など特定の方向にピークを持つ時に発生している可能性がある。つまり、地震は各地で一斉に発生する訳ではないので、むしろ発生地域の特異性を考慮する必要があることを示唆している。

すなわち、地震が頻繁に発生する地域の

1. 対象としている地域の経度、緯度
2. 地域の持っている特異性

断層の種類、方向

地質

過去の地震発生時からの経過年数

などを考慮することが必要である。

今後は、こうした地震の発生した地域の特異性を潮汐力の影響の一つの要素として考察してゆきたい。

参考文献

鈴木 誠二	月相と地震との関係	その 1
-------	-----------	------

鈴木 誠二	月相と地震との関係	その 2
-------	-----------	------

鈴木 誠二	月相と地震との関係	その 3
-------	-----------	------

1998 年 9 月 27 日