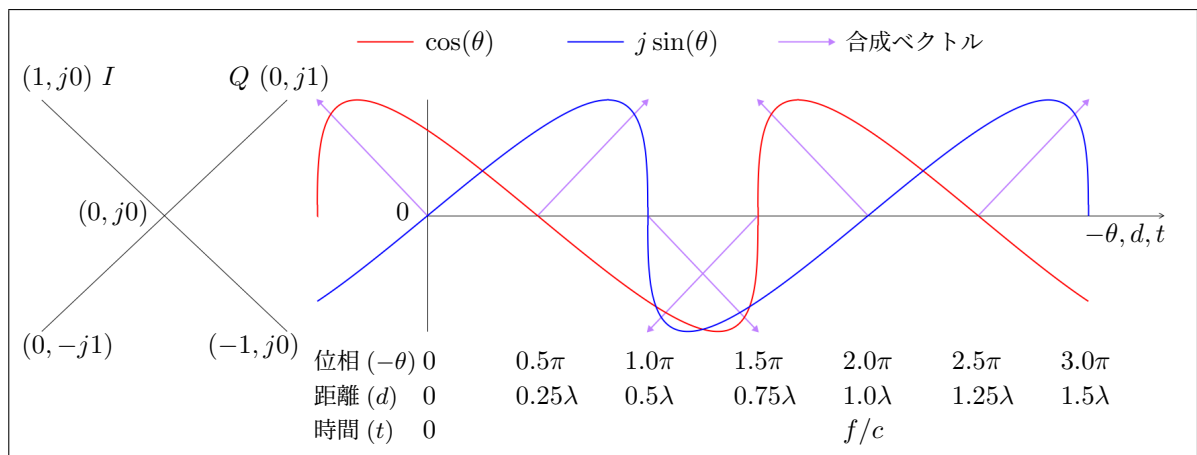


波の位相が螺旋である理由

<振動> 周期振動は波の起源であり、 $e(\theta) = \cos(\theta)$ で表す。

<波の進行方向とベクトルの回転> しかし、進行する周期振動である波は方向を持つので、複素関数によって表す。ベクトルで波の大きさと進行方向を統一して解析するために、波を $e(\theta) = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$ と定義する。ここで、 $\cos(\theta)$ を数学では実数項、工学では I 面 (inphase) という。 $j \sin(\theta)$ を数学では虚数項、工学では Q 面 (quadrature) という。次図にこれを示す。図において、 $\cos(\theta)$ 項は $I-I$ 軸上に、 $j \sin(\theta)$ 項は $Q-Q$ 軸上に描かれている。 $-\theta$ と d は時間 (t) に比例する変数である。



進行とは距離 (d) が増加することであるが、位相 ($-\theta$) と同じ方向であるので、同じ軸上に描いている。位相および距離軸上の各点ごとの $\cos(\theta)$ と $j \sin(\theta)$ の合成ベクトルを見ると、始点から λ に至る間に合わせて -2π の位相回転をしていることが分かる。(作図上の都合で 0.5π ごととしているが、実際はアナログであり、連続して変化している。)

$\lambda = 0$ を仮定すると、距離 (d) = 2π となる。その関係があるのは円構造だけであり、ベクトルの軌跡は円運動である。

<位相と距離の乖離で生じる螺旋運動> しかし、実際にはその仮定は不十分である。その理由は、1 周期を完了するには円周部分の距離 (d) = 2π を歩むのに加えて、水平軸部分の距離 (d) = λ を移動しなければならないからである。よって、波の速度 (c) を導入すると、位相速度の総合値は $\theta = -2\pi(1 + \lambda/c)t$ となる。

$e(\theta) = \cos(\theta) + j \sin(\theta)$ において、 $\theta = -2\pi t$ は単一円上の軌跡であるが、 $\theta = -2\pi(1 + \lambda/c)t$ は螺旋を示す。

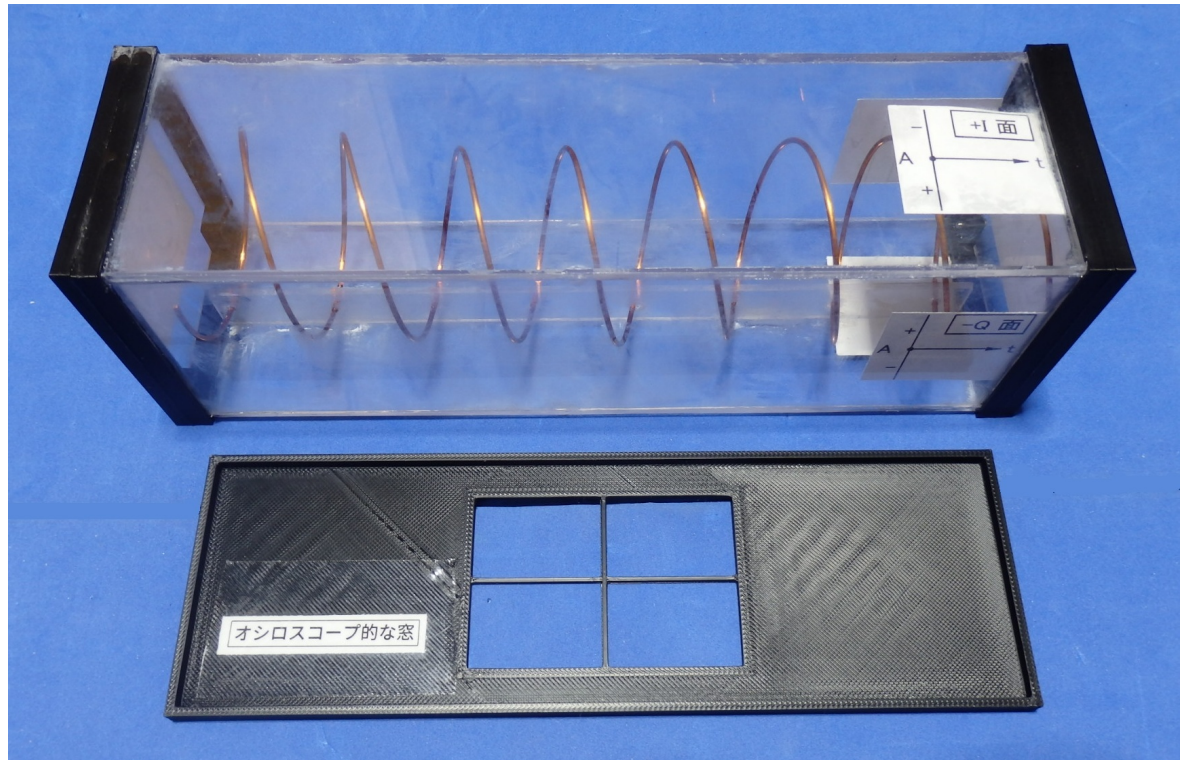
以上の考察により、周期振動の進行である波は螺旋運動をなしていることが分かる。

<進行波の一般式> 振幅 A 、周波数 f および時間 t を考慮した進行波の一般式は、次式で与えられる。

$$e(f, d, t) = A(\cos(2\pi(1 + d/c)ft) - j \sin(2\pi(1 + d/c)ft))$$

進行波の螺旋模型と視点

数式による進行波の表現を構造的に理解するために、この教育模型を製作した。螺旋が進行波の軌跡を示す。



模型を観察すれば、波の現れ方を次のように直感できる。

1 オシロスコープ的な窓

螺旋の進行方向の真横に視点を置くと、オシロスコープで観測したようなコサイン波が見える。つまり、横軸に時間・縦軸に振幅をとる信号の軌跡である。

2 I 面と Q 面

上記のオシロスコープ的な視点を I 面とし、その直交面を Q 面とする。Q 面にはサイン波が見える。すなわち、I 信号と Q 信号は位相が異なる正弦状波を示していることが解る。

3 θ 面

螺旋の進行方向の面を、位相 (θ) 面とする。位相は 2π を法とする剰余で表しても同値であるので、 $0 \sim 2\pi$ の範囲で表す。したがって、この面では螺旋は極座標 (ベクトル) 形式で見える。

位相ベクトルが円周に沿って右回転をするものとする、左右反対の位相 ($-\theta$) 面では左回転をする。これは、波が反対方向に進行することを示している。

4 反射波の位相

終端からの反射電圧は進行波のそれと同極性である。したがって、反射波は進行波の終端における位相を継承する。

この反射波と進行波をベクトル合成して、電圧定在波の大きさが決まる。