周期パルスのスペクトラム　　　©2005　改訂 2024　JA5FP

連続パルス信号の振幅 E、オン時間 τ、周期 T と定義すると、それに含まれるスペクトラムは次式で表すことができる。(この式は、フーリエ変換の結果である。)

$$S(t) = \frac{\tau E}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \cos(2n\pi t/T) \tag{1}$$

以下では、(1) 式を正規化した次式を用いる。

$$s(t) = \frac{\tau}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi\tau/T)}{n\pi\tau/T} \cos(2n\pi t/T) \tag{2}$$

デューティ比 $D = \tau/T$ とすると、次式に整理できる。

$$s(t) = D \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi D)}{n\pi D} \cos(2n\pi t/T) \tag{3}$$

ここで、"$\cos(2n\pi t/T)$" は振動を表しており、その係数が振幅である。したがって、スペクトラムの大きさ (振幅) に着目すると次式となる。

$$S(f) = D \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\sin(n\pi D)}{n\pi D} \tag{4}$$

ここで、$f = n/T$

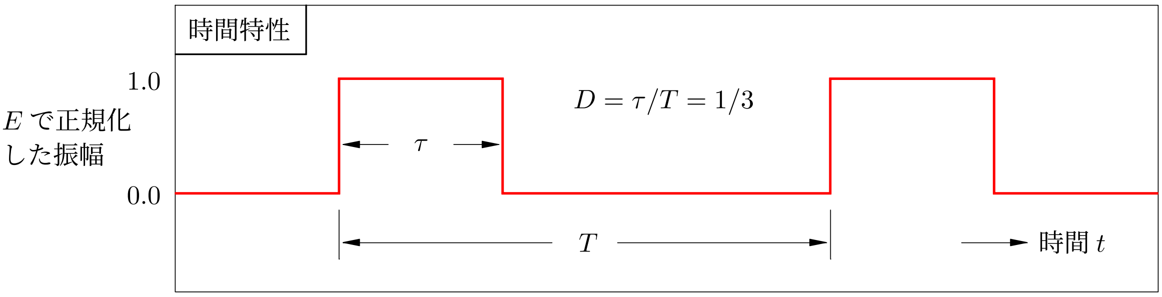
離散スペクトルを表す"$\sin(x)/x$" の形は sinc 関数と呼ばれ、同じスペクトル分布が $\pm 1/\tau$ 毎に繰り返される。。

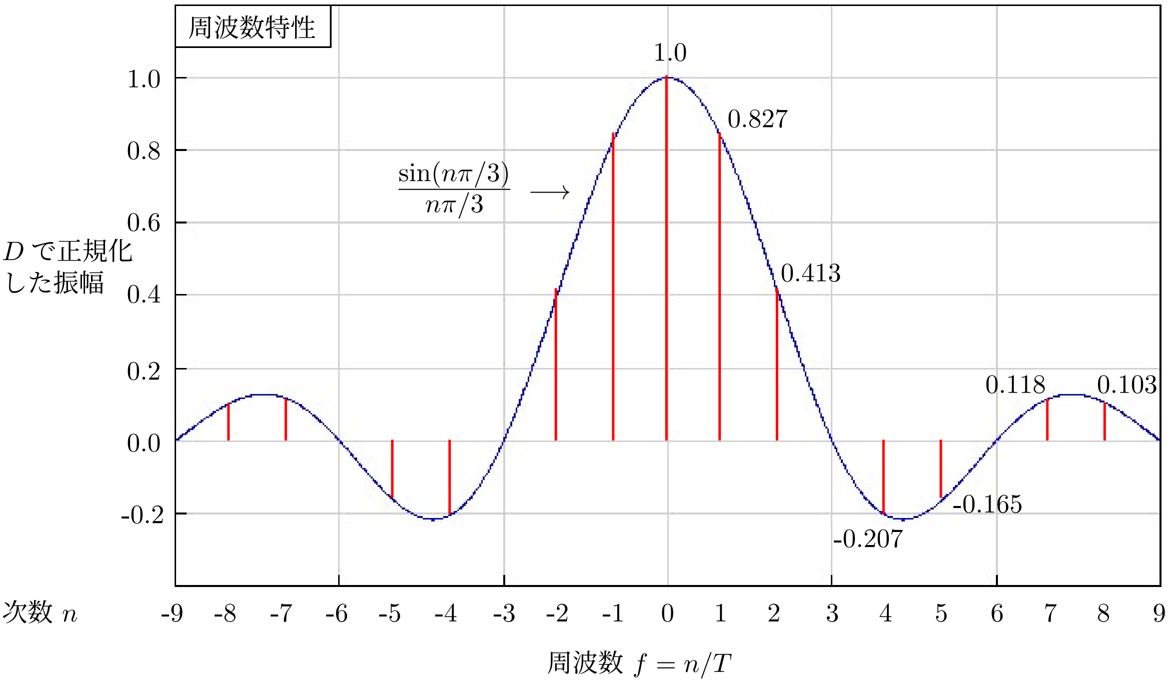
なお、$n = 0$ すなわち直流の場合には

$$\lim_{x \to 0} x = x$$

であるので、$S(0) = D$ となる。

例えば、$\tau : T = 1 : 3$ つまり $D = 1/3$ の周期パルス信号を時間軸で表した波形 $a(t)$ とそれを周波数軸で表したスペクトラム $S(f)$ は、それぞれ次図のようになる。





さて、実際の連続パルス信号の離散スペクトルの大きさを知るには最初の式 (1) を計算すれば良いのであるが、τ及び T の値に対応する離散スペクトルの現れ方を概念的に把握することが有用である。それを要約すると、次のとおりである。

(1)$n = 0$ すなわち直流分は D に等しく、時間信号 $a(t)$ の平均値でもある。

(2)$1/T$ の周波数毎に離散スペクトラム ($1/T$ の高調波) が発生し、各スペクトラムの大きさは $\sin(n\pi D)/n\pi D$ である。n の"1" 増または減に対してスペクトラムの振幅は $-6dB$ となるが、スペクトラムに周波数限界がない。

(3)$1/\tau$ の周波数にはスペクトラムが生じない。

(4) ここでは正負周波数を扱っており、実回路では直流を除く振幅値は 2 倍とすることに注意する。