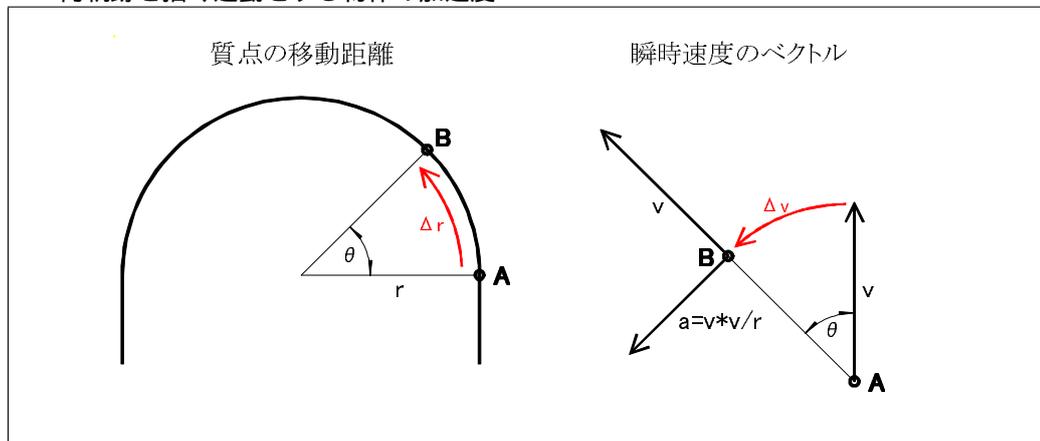


質点が、下図のように初速 v で A 点に進入し、定速度で半径 r の円上の B 点に移動することを考える。(質点とは、質量はあるが大きさを持たない幾何学的な点で、風圧や回転などを考慮しないで物体の運動を規定できる。)

円軌跡を描く運動をする物体の加速度



移動距離 Δr を、角 θ (単位:radian) と半径 r を用いて次式で表す。

$$\Delta r = r \theta \quad (1)$$

速度はベクトルを持っており、円上の各点における速度はその接線の方向にある。例えば、A 点における速度と B 点における速度とは角 θ の方向差があるが、これは質点が移動する間に生じた速度 Δv によるベクトルとの合成の結果であり、 θ を挟む扇形は移動距離と速度で相似である。したがって、 Δv は次式で表すことができる。

$$\Delta v = v \theta \quad (2)$$

1 式と 2 式で θ を消去して、次の関係式が得られる。

$$\Delta v = \frac{v \Delta r}{r} \quad (3)$$

加速度の大きさを求めるために、加速度 a の定義に 3 式を代入して、次式となる。

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v \Delta r}{r \Delta t} \quad (4)$$

ここで、 $\Delta r / \Delta t = v$ であるので、次の公式が導かれる。

$$a = \frac{v^2}{r} \quad (5)$$

以上を要約すると、真円の軌跡を描いて定速度で移動する物体は、円の中心に向けて v^2/r なる加速度を受けているのである。円の中心に向かう力 $ma = mv^2/r$ が働き、円運動をしているということでもある。

一般に加速度の大きさは重力加速度 g を単位として表すので、次式が使われる。

$$a = \frac{v^2}{9.8 r} \quad [g] \quad (6)$$